Әл – Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің Есептеу ғылымдары және статистика кафедрасының аға оқытушысы З.І.Сүлейменованың «8D05401 - Математика» білім бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алуға ұсынылған «Кейбір кездейсоқ параболалық теңдеулер мен теңдеулер жүйелері шешімдерінің асимптотикалық беталыстары және оларды орталандыру сұрақтары туралы» атты диссертациялық жұмысына

ПІКІР

Диссертацияның алғашқы тарауы классикаық емес, яғни қосылғыштардың әрқайсысының жалпы қосындыға беретін үлестері «елеместей аздық» шартын қанағаттандырмайтын жағдайлардағы шектік теоремалардың бірнеше нұсқаларын дәлелдеуге арналған. Бұл теоремаларды дәлелдеу барысында қолданылған негізгі идея – ол сипаттамалық функциялар әдісі мен ілесе жүруші үлестірімдер деген атпен белгілі Б.В.Гнеденко ұсынған әдістерді орталық шектік теореманың Леви метрикасы терминіндегі эквивалент тұжырымдалуына қолдану идеясы деп айтуға болады. Алынған нәтижелер Линдеберг шарты аясында дәлелденетін орталық шектік теореманы белгілі бір мағынада жалпыландыруға негіз болады.

Диссертациялық жұмыстың екінші тарауында кейбір кездейсоқ параболалық теңдеулер үшін Коши есептері шешімдері мен диффузиялық процестердің арасындағы байланыстарды пайдалана отырып, кейбір арнайы параболалық теңдеулер мен теңдеулер жүйелері шешімдерінің асимптотикалық беталыстары мен асимптотикалық үлестірімдерін табуға арналған. Бұл жерде, мәселен, параболалық теңдеу шешімдерінің қарастырылып отырған теңдеу арқылы анықталатын оператор инфинитезималдық операторы болатын сәйкес кездейсоқ процесстің траекториясы бойымен алынған шартты математикалық күтімдер терминіндегі жазылымдары туралы теоремалар (теоремалар 2.1.1, 2.2.3, 2.2.4) дәлелденген, олар өз кезегінде шешімдердің асимптотикалық беталыстарын және теңдеулерді орталандыру мәселелерін зерттеуге қолданылған. Мәселен, 2.1.1 теоремада кездейсоқ процестің функциясының, кездейсоқ процестің функциясынан алынған стохастикалық интегралдың және стохастикалық Ито интегралының арнайы бір функционалының процесс траекториясы бойымен алынған (2.1.5) шартты математикалық күтімінің уақытқа және кеңістіктік координатқа тәуелді болатын коэффициенттері айқын түрде көрсетілген (2.1.6) параболалық теңдеуінің шешімі ретінде табуға болатындығы дәлелденген. Теорема 2.1.2 аталған функционалдардың бірлескен сипаттамалық функциясын үшін (2.1.7) теңдеуінің шешімі ретінде табуға болатындығын дәлелдеуге арналған. Дербес, коэффициенттері уақыттан тәуелсіз болатын жағдайларда бұл теңдеулердің шешімдерінің Лаплас түрлендіруі коэффициенттері тұрақты әдеттегі дифференциалдық теңдеулерді шешуге келтірілетіні көрсетілген. Бұл нәтиже кейінірек маңызды 2.1.2 а), 2.1.2 б) процестерінің үлестірімдерінің айқын түрлерін табу үшін пайдаланылған. Оң жағы «ақ шу» типтес процеспен ұйтқытылған (2.1.12) теңдеуін зерттеу осы

теңдеудің шешімінің (2.1.13) интегралдық жазылымы негізінде жүргізілген және де ерекше айта кететін мәселе, ол осы интегралдық жазылымды екі түрлі әдіспен – тікелей (2.2.4) Коши есебінің шешімі ретінде және параметрден тәуелді бір стохастикалық интегралдың стохастикалық дифференциалының тривиалды емес (2.2.14) жазылымын (лемма 2.2.1) пайдалану арқылы дәлелденгендігі.

Диссертацияның екінші тарауының кездейсоқ параболалық теңдеулерді орталандыруға қатысты сұрақтарға қатысты пунктінде кездейсоқ траекториялар әдісін қолдану арқылы уақыт бойынша қысқа корреляцияланған (дельта – корреляцияланған) ағындағы кездейсоқ температура өткізгіштік теңдеуінің орталандырылған теңдеуі ((2.1.19) - теңдеу) және температура өрісінің бір уақыттағы екі нүктелік моментінің теңдеуі ((2.1.20) - теңдеу) алынған. Мұнда траекториясы бойымен шартты орталандыру алынатын кездейсоқ процесс теңдеумен байланысқан сәйкес стохастикалық дифференциалдық теңдеудің ((2.1.18) – теңдеу) шешімі ретінде анықталған. Алынған теңдеулердің коэффициенттерін табудың айқын формулалары жазылған.

«Кездейсоқ орталардағы магнит өрісі теориясының кейбір арнаулы сұрақтары» атты үшінші бөлімінде кездейсоқ сығылмайтын жылдамдықтар ағынындағы магнит өрісінің және толық магниттік энергияның эволюциясы туралы сұрақтар кинематикалық қойылым аясында, яғни магнит өрісінің жылдамдықтар өрісіне кері әсері ескерілмейтін модельдер үшін зерттелген. Бұл жағдайда, әрине, сұйық қозғалысын нендей де бір әдістермен модельдеу қажеттігі туындайды.

Үшінші бөлімнің алғашқы 3.1 пунктінде диссертант марковтық сығылмайтын сызықтық модель деген арнайы модель енгізіп, қойылған сұрақты осы модель аясында зерттеген. Нәтижесінде (автор стохастикалық мультипликативтік интеграл деп атаған) арнайы түрдегі мультипликативтік интеграл $\boldsymbol{G_t}$ арқылы анықталған айқын түрдегі интегалдық жазылым алынған. Бұл пункттің негізгі нәтижесі – ол $\boldsymbol{G_t}$ үшін оның жоғарғы ляпуновтық көрсеткіші ақиқат дерлік (бірге тең ықтималдықпен) бар және қатаң оң болатындығы туралы Ферстенберг теоремасы типтес теореманың дәлелденуі. Бұл аса маңызды теорема бұрынғы тәуелсіз бірдей үлестірілген матрицалардың (Ферстенберг) және марковтық тізбе құрайтын матрицалардың (Вирцер) көбейтінділерінің көбейткіштер саны шексіз ұлғайғандағы көбейтіндісі үшін дәлелденген белгілі Ферстенберг типтес теоремаларды жалпыландырады және марковтық сызықтық ағындағы магнит өрісі мен толық магниттік энергияның асимптотикалық беталысын зерттеуде шешуші рөл атқарады. Сонымен бірге бұл жерде біз Ферстенберг типтес теореманы дәлелдеу барысында ізденуші өзгешеленген (вырожденный) $(\boldsymbol{b_t, G_t})$ диффузиялық процесінің қатаң оң анықталған өту тығыздығы бар болатындығы туралы аса маңызды тұжырымды Хермандер ұсынған өзгешеленген эллипстік-параболалық операторлар теориясы негізінде алғандығын және жолай Хермандер теориясын қолданудың бірнеше маңызды

жаңа нәтижелерін (күшейтілген үлкен сандар заңы, орталық шектік теорема т.с.с.) де дәлелдей кеткендігін атай кетеміз.

Үшінші бөлімнің 3.2 пунктінде ізденуші кинематикалық динамоның жаңа дискретті моделін енгізген және зерттеген.

Мұнда ең алдымен $\boldsymbol{\rho}$ параметріне (диффузиялық коэффициент) негізделген дискретті кинематикалық модельдің сипаттамасы берілген. Ары қарай магнит өрісі осы модельге сәйкес құрастырылған лагранждық траекториялар бойымен алынған шартты математикалық күтім ретінде жазылған, нәтижесінде магнит өрісі үшін (3.2.18) жазылымы алынған (бұл жазылым іс жүзінде Кац – Фейнман формуласының дискретті аналогы). Қажетті Ляпуновтық көрсеткіштер осы соңғы дәлелденген (3.2.18) формула негізінде жүргізілген.

Алдымен үш өлшемді кеңістіктегі кездейсоқ бірлік вектордың жазылымы туралы бір қарапайым, бірақ аса маңызды лемма дәлелденеді (Лемма 3.2.1). Сосын әртүрлі лагранждық траекториялардың магнит өрісіне қосатын үлестерінің корреляцияланбайтындығы, бұдан $\vec{H}(t,x_1)$, $\vec{H}(t,x_2)$, $x_1 \neq x_2$, кездейсоқ векторларының корреляцияланбағандығы шығатыны дәлелденген. Алынған нәтижелердің негізінде Ферстенберг теоремасының бір нұсқасы дәлелденген (теорема 3.2.1), бірақ бұл жағдайдағы ең бір айта кетерлік мәселе – ол Ляпунов көрсеткішін есептеу үшін айқын формула – (3.2.21) формуланың алынғандығы. Теорема 3.2.1 – ді дәлелдегендей әдіспен магнит өрісінің кез келген жұп мәнді моменттеріне сәйкес Ляпунов көрсеткіштерін есептеудің айқын формулалары жазылған (Теорема 3.2.2) және оларды өзара байланыстыратын теңсіздіктер көрсетілген ((3.2.24) – қатынас), бұдан диффузия коэффициенті нөлге тең болғанда магнит өрісі $\vec{H}(t,x)$ үшін $t \to \infty$ кезде алма – кезектік (пережемаемость) құбылысы байқалатынын көруге болады екен.

Теорема 3.2.3 (γ_2 көрсеткіші үшін фазалық өту теоремасында) $m_2(t,x) = \langle (\vec{H}(t,x), \vec{H}(t,x)) \rangle = \langle \vec{H}^2(t,x) \rangle$ екінші моменті γ_2 қандай шарт орындалғанда қатаң оң болатыны ол үшін алынған айқын (3.2.26) формула негізінде дәлелденген, яғни қандай шарт орындалғанда кез келген ρ үшін екінші момент ($\vec{H}$ өрісінің энергиясы) эксоненциалды өсетіні дәлелденген.

Ізденуші барлық алынған нәтижелердің қатаң математикалық дәлелдеулерін берген және мүмкін болатын қолданылымдарына да жеткілікті назар аударып отырған.

Жалпы З.І.Сүлейменованың ұсынылып отырған диссертациялық жұмысы кездейсоқ процестер теориясы мен математикалық физиканың байланыстары аса терең байқалатын, математикалық та, физикалық та тұрғыдан маңызды қолданыстарға ие бағыттағы бірқатар маңызды есептерді қарастыруға арналған. Зерттеу барысында ізденуші ықтималдықтар және кездейсоқ процестер теорияларының, мультипликативтік интегралдар теориясының, Ферстенберг және Хермандер теорияларының және т.б. әртүрлі техникалық аппараттарын тиімді және ретіне қарай қолдана білген. Кездейсоқ параболалық теңдеулер үшін Коши есебінің шешімдерінің сәйкес

процестердің траекториялары бойынша шартты математикалық күтімдер арқылы жазылымдарына, шешімдердің асимптотикалық беталыстарына байланысты бірқатар маңызды нәтижелер алған. Сығылмайтын марковтық сызықтық ағындағы магнит өрісін зерттеу барысында пайда болған мультипликативтік стохастикалық интеграл (стохастикалық матрицант) үшін Ферстенберг теоремасы типтес теореманы дәлелдеген және осы теорема арқылы аталған ағындағы магнит өрісінің асимптотикалық беталысы туралы теоремаларды дәлелдеген. Кинематикалық динамоның жаңа, «Дискретті кинематикалы динамо» моделі ұғымын енгізіп, осы модельдегі магнит өрісі мен магнит өрісінің моменттері үшін бірқатар, математикалық та, физикалық та көзқарас тұрғысынан аса маңызды нәтижелер алған.

Қорытындылай келе, З.І.Сүлейменованың «8D05401 - Математика» білім бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алуға ұсынып отырған «Кейбір параболалық теңдеулер мен теңдеулер жүйелері шешімдерінің асимптотикалық беталыстары және оларды орталандыру сұрақтары туралы» атты диссертациялық жұмысы «Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін беруге қойылатын барлық талаптарға сай жазылған ал диссертацияның авторы З.І.Сүлейменова «Математика» бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алуға толық лайық деп есептеймін.

Пікір жазушы

Отандық ғылыми жетекші, Әл – Фараби атындағы
Қазақ Ұлттық университетінің Есептеу ғылымдары және
Статистика кафедрасының доценті, ф.-м.ғ.к Ақанбай Н.

ЗАВЕРЯЮ
Начальник управления подготовки и аттестации
научных кадров КазНУ им. аль-Фараби